

10 класс (алгебра и начала математического анализа, базовый уровень)

Контрольная работа № 1 «Действительные числа»

Вариант 1

1) Вычислите: $\frac{\left(7^{\frac{1}{3}} \times 7^{-\frac{2}{3}}\right)^3}{7^{-3}}; \left(\sqrt[3]{\sqrt{8}}\right)^2;$

2) Упростите выражение: $\left(\frac{1}{a^{\sqrt{2}-1}}\right)^{\sqrt{2}+1} \cdot a^{\sqrt{2}+1};$

3) Решите уравнение: $8^{3x+1} = 8^5;$

4*) Записать бесконечную периодическую дробь $0,(43)$ в виде обыкновенной дроби.

5*) Сократите дробь: $\frac{\sqrt{a^3 - a}}{a - 2a^{\frac{1}{2}} + 1};$

6*) Сравните числа: $1)(2,3)^{\sqrt{2}} \text{ и } \left(2\frac{2}{9}\right)^{\sqrt{2}}; \quad 2)\left(\frac{3}{8}\right)^{-2\sqrt{3}} \text{ и } 1; \quad 3)\sqrt[3]{26} \text{ и } \sqrt{8}$

Вариант 2

1) Вычислите: $6^{-4} \left(6^{-\frac{3}{5}} \cdot 6^{\frac{1}{5}}\right)^{-5}; \left(\sqrt{\sqrt[3]{25}}\right)^3$

2) Упростите выражение: $\left(b^{\sqrt{3}+1}\right)^{\sqrt{3}+1} \cdot \frac{1}{b^{4+\sqrt{3}}}$

3) Решите уравнение: $\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x}{2}-1}$

4*) Записать бесконечную периодическую дробь $0,3(6)$ в виде обыкновенной дроби.

5*) Сократите дробь: $\frac{b + 4\sqrt{b} + 4}{b^{\frac{3}{2}} + 2b}$

6*) Сравните числа: $1)(0,8)^{\sqrt[3]{5}} \text{ и } \left(\frac{5}{6}\right)^{\sqrt[3]{5}}; \quad 2)\left(\frac{4}{7}\right)^{\sqrt[3]{5}} \text{ и } 1; \quad 3)\sqrt[4]{17} \text{ и } \sqrt[3]{9}$

Контрольная работа № 2 «Степенная функция»

Вариант 1

1) Найти область определения функции $y = \sqrt[6]{6+0,5x}$

2) Изобразить эскиз графика функции $y = x^{-4}$ и перечислить её основные свойства.

Пользуясь свойствами этой функции:

1) сравнить с единицей $(0,3)^{-4}$

2) сравнить $(2\sqrt{3})^{-4}$ и $(3\sqrt{2})^{-4}$

3) Решить уравнения: $1)\sqrt{1-x} = x+1$

$2)\sqrt{2x+5} - \sqrt{x+6} = 1$

4*) Установить, равносильны ли неравенства:

$\frac{x-5}{3+x^2} < 0 \quad \text{и} \quad (5-x)(x^2+1) > 0;$

5*) Решить неравенство: $\sqrt{x+8} > x+2$

6*) Найти функцию, обратную данной $y = \frac{1}{x-4}$; найти её область определения и множество значений.

Вариант 2

3) Найти область определения функции $y = (2x+9)^{-1/5}$

5*) Решить уравнение: $3^{x+3} + 3^x = 5 \cdot 2^{x+4} - 17 \cdot 2^x$

Контрольная работа № 4 «Логарифмическая функция»

Вариант 1

1) $\log_{\frac{1}{2}} 16$

1) Вычислить: $2) 5^{1+\log_5 3}$

3) $\log_3 135 - \log_3 20 + 2\log_3 6$

2) Сравнить: $\log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{4}$ и $\log_{\frac{1}{2}} \frac{4}{5}$

3) Решить уравнение: $\log_5 (2x-1) = 2$

4) Решить неравенство: $\log_{\frac{1}{3}} (x-5) > 1$

5*) Решить уравнение: $\log_8 x + \log_{\sqrt{2}} x = 14$

6*) Решить неравенство: $\log_{\frac{1}{6}} (10-x) + \log_{\frac{1}{6}} (x-3) \geq -1$

7*) Решить неравенство: $\log_3^2 x - 2\log_3 x \leq 3$

Вариант 2

1) $\log_3 \frac{1}{27}$

1) Вычислить: $2) \left(\frac{1}{3}\right)^{2\log_{1/3} 7}$

3) $\log_2 56 + 2\log_2 12 - \log_2 63$

2) Сравнить: $\log_{0,9} 1\frac{1}{2}$ и $\log_{0,9} 1\frac{1}{3}$

3) Решить уравнение: $\log_4 (2x+3) = 3$

4) Решить неравенство: $\log_{\frac{1}{2}} (x-3) > 2$

5*) Решить уравнение: $\log_9 x + \log_{\sqrt{3}} x = 10$

6*) Решить неравенство: $\log_{\frac{1}{2}} (x-3) + \log_{\frac{1}{2}} (9-x) \geq -3$

7*) Решить неравенство: $\log_2^2 x - 3\log_2 x \leq 4$

Контрольная работа № 5 «Тригонометрические формулы»

Вариант 1

1) Вычислить: $\cos 780^\circ; \sin \frac{13\pi}{6}$

2) Найти: $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{12}{13}; \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$;

1) $\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)$

3) Упростить: $2) \frac{\sin(-\alpha) + \cos(\pi + \alpha)}{1 + 2\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\cos(-\alpha)}$

4*) Решить уравнение: $\sin 5x \cos 4x - \cos 5x \sin 4x = 1$;

5*) Доказать: $\cos 4\alpha + 1 = 0,5 \sin 4\alpha (\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha)$;

Вариант 2

- 1) Вычислить: $\sin 780^\circ; \cos \frac{13\pi}{6}$
- 2) Найти: $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{4}{5}; \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$
 1) $\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)$
- 3) Упростить:
 1) $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) + \sin(2\pi + \alpha)$
 2) $\frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) + \sin(2\pi + \alpha)}{2\cos(-\alpha)\sin(-\alpha) + 1}$
- 4*) Решить уравнение: $\cos 4x \sin 3x + \sin 4x \cos 3x = 1$
- 5*) Доказать: $(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha)(1 - \cos 4\alpha) = 4 \sin 2\alpha$

Контрольная работа № 6 «Тригонометрические уравнения»

Вариант 1

- 1) Решить уравнения:
 1) $\sqrt{2} \cos x - 1 = 0$
 2) $3 \operatorname{tg} 2x + \sqrt{3} = 0$
- 2) Найти корни уравнения $\sin \frac{x}{3} = -\frac{1}{2}$ на $[0; 3\pi]$
- 3) Решить уравнения:
 1) $3 \cos x - \cos^2 x = 0$
 2) $6 \sin^2 x - \sin x = 1$
- 4*) Решить уравнения:
 1) $4 \sin x + 5 \cos x = 4$
 2) $\sin^4 x + \cos^4 x = \cos^2 2x + 0,25$

Вариант 2

- 1) Решить уравнения:
 1) $\sqrt{2} \sin x - 1 = 0$
 2) $\operatorname{tg} \frac{x}{2} - \sqrt{3} = 0$
- 2) Найти корни уравнения $\cos \frac{x}{2} = \frac{1}{2}$ на $[0; 4\pi]$
- 3) Решить уравнения:
 1) $\sin^2 x - 2 \sin x = 0$
 2) $10 \cos^2 x + 3 \cos x = 1$
- 4*) Решить уравнения:
 1) $5 \sin x + \cos x = 5$
 2) $\sin^4 x + \cos^4 x = \sin 2x - 0,5$

11 класс (алгебра и начала математического анализа, базовый уровень)

Контрольная работа № 1 «Тригонометрические функции»

Вариант 1

- 1) Найти область определения и множество значений функции $y = 2 \cos x$
- 2) Выяснить, является функция $y = \sin x - \operatorname{tg} x$ чётной или нечётной.
- 3) Изобразить схематически график функции $y = \sin x + 1$ на $[-\pi/2; 2\pi]$
- 4*) Найти наибольшее и наименьшее значения функции: $y = 3 \sin x \cos x + 1$
- 5*) Построить график функции $y = 0,5 \cos x - 2$. При каких значениях x функция возрастает?

Вариант 2

- 1) Найти область определения и множество значений функции $y = 0,5 \sin x$
- 2) Выяснить, является функция $y = \cos x - x^2$ чётной или нечётной.
- 3) Изобразить схематически график функции $y = \cos x - 1$ на $[-\pi/2; 2\pi]$
- 4*) Найти наибольшее и наименьшее значения функции: $y = \frac{1}{3} \cos^2 x - \frac{1}{3} \sin^2 x + 1$
- 5*) Построить график функции $y = 2 \sin x + 1$. При каких значениях x функция убывает?

Контрольная работа № 2 «Производная и её геометрический смысл»

Вариант 1

- 1) Найти производные функций: 1) $3x^2 - \frac{1}{x^3}$ 2) $\left(\frac{x}{3} + 7\right)^6$ 3) $e^x * \cos x$ 4) $\frac{\ln x}{1-x}$
- 2) Найти значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 , если $f(x) = 1 - 6\sqrt[3]{x}$ при $x_0 = 8$
- 3) Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = \sin x - 3x + 2$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$
- 4*) Найти значения x , при которых значения производной функции $f(x) = \frac{x+1}{x^2+3}$ положительны.
- 5*) Найти точки графика функции $f(x) = x^3 - 3x^2$, в которых касательная к нему параллельна оси абсцисс.

Вариант 2

- 1) Найти производные функций: 1) $2x^3 - \frac{1}{x^2}$ 2) $(4 - 3x)^7$ 3) $e^x * \sin x$ 4) $\frac{2-x}{\ln x}$
- 2) Найти значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 , если $f(x) = 2 - \frac{1}{\sqrt{x}}$ при $x_0 = \frac{1}{4}$
- 3) Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = 4x - \sin x + 1$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$
- 4*) Найти значения x , при которых значения производной функции $f(x) = \frac{1-[}{x^2+8}$ отрицательны.
- 5*) Найти точки графика функции $f(x) = x^3 + 3x^2$, в которых касательная к нему параллельна оси абсцисс.

Контрольная работа № 3 «Применение производной к исследованию функций»

Вариант 1

- 1) Найти экстремумы функции $f(x) = e^x(2x - 3)$
- 2) Найти интервалы возрастания и убывания функции $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$
- 3) Построить график $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$ на $[-1; 2]$
- 4*) Найти наименьшее и наибольшее значения функции $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$ на

[0; 1,5]

5*)1) Среди прямоугольников, сумма длин двух сторон у которых равна 20, найти прямоугольник наибольшей площади.

2) Найти ромб с наибольшей площадью, если известно, что сумма длин его диагоналей равна 10.

Вариант 2

1) Найти экстремумы функции $f(x) = (5 - 4x)e^x$

2) Найти интервалы возрастания и убывания функции $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$

3) Построить график $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$ на $[-1; 2]$

4*) Найти наименьшее и наибольшее значения функции $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$ на $[-1; 1,5]$

5*)1) Среди прямоугольников, сумма длин двух сторон у которых равна 20, найти прямоугольник наибольшей площади.

2) Найти ромб с наибольшей площадью, если известно, что сумма длин его диагоналей равна 10.

Контрольная работа № 4 «Интеграл»

Вариант 1

1) Доказать, что функция $F(x) = 3x + \sin x - e^{2x}$ является первообразной функции $f(x) = 3 + \cos x - 2e^{2x}$.

2) Найти первообразную $F(x)$ функции $f(x) = 2\sqrt{x}$, график которой проходит через точку $A(0; \frac{7}{8})$

3) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

1) $y = x^2 - 2x + 2$; $y = 0$; $x = 1$; $x = 2$

2*) $y = 2 \cos x$; $y = 1$; $x \in [-\pi/2; \pi/2]$

4*) Найти корни первообразной для функции $f(x) = x^2 - 4x + 1$, если один из них равен 2.

Вариант 2

1) Доказать, что функция $F(x) = e^{3x} + \cos x + x$ является первообразной функции $f(x) = 3e^{3x} - \sin x + 1$.

2) Найти первообразную $F(x)$ функции $f(x) = 3\sqrt[3]{x}$, график которой проходит через точку $A(0; \frac{3}{4})$

3) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

1) $y = -x^2 + 6x - 5$; $y = 0$; $x = 2$; $x = 3$

2*) $y = 2 \sin x$; $y = 1$; $x \in [0; \pi]$

4*) Найти корни первообразной для функции $f(x) = -3x^2 - 2x + 16$, если один из них равен -1.

Контрольная работа № 5 «Комбинаторика»

Вариант 1

1. Сколькими способами 6 детей можно посадить на 6 стульях?

2. Сколько трехзначных чисел с разными цифрами можно составить из цифр 0, 1, 3, 6, 7, 9?

3. Из 10 членов команды надо выбрать капитана и его заместителя. Сколькими способами это можно сделать?

4. Вычислите $3P_3 + 2A_{10}^2 - C_7^2$

5. Запишите разложение бинома $(x+1)^7$.

6. В отделе работают 9 ведущих и 12 старших научных сотрудников. В командировку надо послать двух ведущих и трех старших научных сотрудников. Сколькими способами может быть сделан выбор сотрудников, которых надо послать в командировку?

Вариант 2

1. Сколькими способами 5 детей можно посадить на 5 стульях?

2. Сколько трехзначных чисел с разными цифрами можно составить из цифр 0, 3, 4, 5, 8?

3. Из 10 членов команды надо выбрать капитана и его заместителя. Сколькими способами это можно сделать?

4. Вычислите $P_4 - 2A_9^2 + 3C_8^2$

5. Запишите разложение бинома $(x-1)^6$

6. В 11 «а» классе учатся 25 учащихся, в 11 «б» - 20 учащихся, а в 11 «в» - 18 учащихся. Для работы на пришкольном участке надо выделить трех учащихся из 11 «а», двух – из 11 «б» и одного – из 11 «в». Сколько существует способов выбора учащихся для работы на пришкольном участке?

Контрольная работа № 6 «Элементы теории вероятностей»

Вариант 1

1. В ящике лежат 12 шариков, 2 из которых белые. Какова вероятность вытащить наугад белый шарик?
2. Какова вероятность того, что случайно выбранное натуральное число от 10 до 19 делится на три?
3. В классе 21 шестиклассник, среди них два друга: Митя и Петя. Класс случайным образом делят на три группы, по 7 человек в каждой. Найдите вероятность того, что Митя и Петя окажутся в одной и той же группе.
4. В первой урне находятся 10 белых и 4 черных шаров, а во второй 5 белых и 9 черных шаров. Из каждой урны вынули по шару. Какова вероятность того, что оба шара окажутся черными?
5. Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист первые три раза попал в мишени, а последние два промахнулся. Результат округлите до сотых.

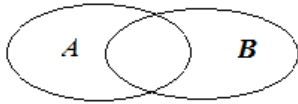
Вариант 2

1. В вазе лежат 15 конфет, 5 из которых шоколадные. Какова вероятность вытащить наугад шоколадную конфету?
2. Ученика попросили назвать число от 1 до 100. Какова вероятность того, что он назовет число кратное пяти?
3. В автобусе находятся 51 человек, среди них два друга: Виктор и Николай. После остановки автобуса пассажиров случайным образом делят на три группы, по 17 человек в каждой. Найдите вероятность того, что Виктор и Николай окажутся в одной и той же группе.
4. В первой урне находятся 10 белых и 4 черных шаров, а во второй 5 белых и 9 черных шаров. Из каждой урны вынули по шару. Какова вероятность того, что оба шара окажутся белыми?
5. Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что биатлонист первые два раза попал в мишени, а последние три промахнулся. Результат округлите до сотых.

Контрольная работа № 7 «Статистика»

Вариант 1

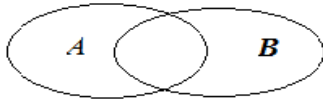
1. Найдите размах (R), моду (Mo), медиану (Me) и среднее (\bar{X}) выборки:
15, 6, 12, 8, 9, 14, 6.
2. Закрасить A+B, если



3. В чемпионате по гимнастике участвуют 60 спортсменов: 27 из Японии, 27 из Китая, остальные из Кореи. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Кореи.
4. В сборнике билетов по математике всего 20 билетов, в 16 из них встречается вопрос по теме: «Логарифмы». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопрос по логарифмам.

Вариант 2

1. Найдите размах (R), моду (Mo), медиану (Me) и среднее (\bar{X}) выборки: 24, 15, 13, 20, 21, 15.
2. Закрась AB , если



3. Фабрика выпускает сумки. В среднем 14 сумок из 180 имеют скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется без дефектов. Результат округлите до сотых.
4. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел не выпадет ни разу.

10 класс (алгебра и начала математического анализа, профильный уровень)

Контрольная работа № 1 «Действительные числа»

Вариант 1

1. Вычислить:

а) $\frac{(7^{1/3} \cdot 7^{-2/3})^3}{7^{-3}}$ б) $(\sqrt[3]{\sqrt{8}})^2$

2. Упростить выражение:

$$\left(\frac{1}{a^{\sqrt{2}-1}}\right)^{\sqrt{2}+1} \cdot a^{\sqrt{2}+1}$$

3. Известно, что $8^x = 5$. Найдите 8^{-x+2} .

4. Решите уравнение: $8^{3x+1} = 8^5$.

5. Записать в виде обыкновенной дроби число 0,3(6).

6. Сократить дробь:

$$\frac{\sqrt{a^3 - a}}{a - 2a^{\frac{1}{2}} + 1}$$

7. Упростить выражение:

$$\frac{\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y}}{x^{\frac{2}{3}} - \sqrt[3]{xy} + y^{\frac{2}{3}}} - \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y}}{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{y^2}}$$

Вариант 2

1. Вычислите:

а) $\frac{\sqrt[3]{9} \cdot 3^5}{15^0 \cdot 27^2 \cdot 3^{-1/3}}$ б) $(\sqrt{\sqrt[3]{25}})^3$

2. Упростить выражение:

$$\left(c^{\sqrt{3}+1}\right)^{\sqrt{3}+1} \cdot \frac{1}{c^{4+\sqrt{3}}}$$

3. Известно, что $12^x = 3$. Найдите 12^{2x-1} .

4. Решите уравнение: $\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x}{2}-1}$.

5. Записать в виде обыкновенной дроби число 0,(43).

6. Сократить дробь:

$$\frac{a + 4\sqrt{a} + 4}{a^{\frac{3}{2}} + 2a}$$

7. Упростить выражение:

$$\frac{x - y}{x^{\frac{2}{3}} - \sqrt[3]{xy} + y^{\frac{2}{3}}} - \frac{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{y^2}}{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y}}$$

Контрольная работа № 2 «Степенная функция»

Вариант 1

1. Найти область определения функции:

а) $y = \sqrt[6]{x+2}$;

б) $y = (x^3 - x)^{-2}$.

2. Построить эскиз графика функции и найти ее область определения и множество значений:

$$y = x^{-5} + 2.$$

3. Найти функцию, обратную данной, ее область определения и множество значений.

$$y = \frac{5}{2-x}.$$

4. Решите уравнение:

a) $\sqrt{x^2 + x + 4} = 4;$

b) $\sqrt{2x + 1} - \sqrt{x} = 1.$

5. Решите неравенство:

a) $\sqrt{x + 8} \leq x + 2;$

b) $\sqrt{4x - x^2} > -2 - 3x^2.$

Вариант 2

1. Найти область определения функции:

a) $y = (x - 2)^{\frac{1}{3}};$

b) $y = (x^3 + 3x^2 + 2x)^{-9}.$

2. Построить эскиз графика функции и найти ее область определения и множество значений:

$$y = x^{\frac{1}{3}} - 1.$$

3. Найти функцию, обратную данной, ее область определения и множество значений.

$$y = \frac{5}{3-x}.$$

4. Решите уравнение:

a) $\sqrt[3]{x^3 - 7} = 1;$

b) $\sqrt{2x + 5} - \sqrt{x + 6} = 1.$

5. Решите неравенство:

a) $\sqrt{x - 2} \leq x - 2;$

b) $\sqrt{x^2 + 2x} > -3 - x^2.$

Контрольная работа № 3 «Показательная функция»

Вариант 1

1. Изобразите схематически график функции $y = 0,3^x$.

2. Сравните числа:

a) $5,6^{-4}$ и $5,6^{-5}$

б) $\left(1\frac{1}{7}\right)^{-8}$ и 1.

3. Решите уравнение:

a) $225 \cdot 15^{2x+1} = 1$

б) $4^x - 12 \cdot 2^x + 32 = 0.$

4. Решите неравенство:

a) $\left(\frac{3}{4}\right)^x > 1\frac{1}{3}$

б) $\left(\frac{2}{13}\right)^{x^2-1} \geq 1$

5. Решите графически уравнение:

$$3^x = 2x + 1.$$

6. Решите уравнение: $7^{x+1} + 3 \cdot 7^x = 2^{x+5} + 3 \cdot 2^x$

7. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x - y = 4 \\ 5^{x+y} = 25 \end{cases}$$

Вариант 2

1. Изобразите схематически график функции $y = 2,5^x$.

2. Сравните числа:

a) $0,8^{-2}$ и $0,8^{-3}$

б) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$ и $\left(\frac{3}{2}\right)^2$.

3. Решите уравнение:

а) $17^x \cdot 17^{x+5} = 17$

б) $25^x + 3 \cdot 5^x + 2 = 0$.

4. Решите неравенство:

а) $\left(1\frac{1}{5}\right)^x < \frac{5}{6}$

б) $\left(1\frac{2}{7}\right)^{x^2-4} \leq 1$

5. Решите графически уравнение:

$$2^x = -\frac{1}{2}x.$$

6. Решите уравнение: $3^{x+3} + 3^x = 5 \cdot 2^{x+4} - 17 \cdot 2^x$

7. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = -2 \\ 6^{x+5y} = 36 \end{cases}$$

Контрольная работа № 4 «Логарифмическая функция»

Вариант 1

1. Найдите значение функции $y = \log_6 x$ при $x_1 = \frac{1}{6}$; $x_2 = \sqrt{6}$.

2. Найдите x , при котором значение функции $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ равно -3 .

3. Сравните с единицей числа $A = \log_4 5$ и $B = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$.

4. Решите уравнение: $\log_2(3x + 2) = -1 + \log_2(6 - x)$.

5. Решите уравнение $3\log_3^2 x - \log_3 x - 2 = 0$

6. Решите неравенство: $\log_{\frac{1}{3}}(x - 5) > -2$.

7. Решите неравенство: $1 + \log_4(x - 7) \leq \log_4(20 - x)$.

8. Решите уравнение: $\log_2(x - 2) + \log_2 x = 3$.

9. Решите уравнение: $\log_8 x + \log_{\sqrt{2}} x = 14$.

10. Решите неравенство: $\log_3^2 x - 2 \log_3 x \leq 3$.

Вариант 2

1. Найдите значение функции $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ при $x_1 = \frac{1}{4}$; $x_2 = 8$.

2. Найдите x , при котором значение функции $y = \lg x$ равно -2 .

3. Сравните с единицей числа $A = \log_7 6$ и $B = \log_{0,3} 0,1$.

4. Решите уравнение: $\log_3(x + 6) = -2 + \log_3(4 - x)$.

5. Решите уравнение $2\lg_3^2 x - \lg x - 1 = 0$.

6. Решите неравенство: $\log_8(x - 9) < \frac{1}{3}$.

7. Решите неравенство: $\log_{\frac{1}{2}}(2x - 7) \leq \log_{\frac{1}{2}}(10 - x) + 1$.

8. Решите уравнение: $\log_3(x - 8) + \log_3 x = 2$.

9. Решите уравнение: $\log_{\sqrt{3}} x + \log_9 x = 10$.

10. Решите неравенство: $\log_2^2 x - 3 \log_2 x \leq 4$.

Контрольная работа № 5 «Тригонометрические формулы»

Вариант 1

1. Вычислите:

а) $\sin 300^\circ$; б) $\operatorname{tg}\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$; в) $2\sin\frac{\pi}{3} - \cos\frac{\pi}{2}$.

2. Найдите $\sin \alpha$ и $\operatorname{tg} \alpha$, если известно, что $\cos \alpha = -0,6$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

3. Упростите выражение:

а) $\sin(\pi + \alpha) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$;

б) $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) - \operatorname{ctg}(2\pi - \alpha)$;

в) $\cos 2\alpha + 2 \sin^2(\pi - \alpha)$

г) $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} + \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha}$.

4. Докажите тождество: $\cos^2 \alpha (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha$.

5. Решить уравнение: а) $2 \cos 2x = 1 + \cos x$

б) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right) \cos 2x - 1 = \sin 3x \cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right)$

Вариант 2

1. Вычислите:

а) $\cos(-210^\circ)$; б) $\operatorname{tg} \frac{4\pi}{3}$; в) $2\sin \frac{\pi}{2} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{3}$.

2. Найдите $\cos \alpha$ и $\operatorname{tg} \alpha$, если известно, что $\sin \alpha = -\frac{12}{13}$, $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

3. Упростите выражение:

а) $\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) - \cos(\pi + \alpha)$;

б) $\operatorname{tg}(\pi + \alpha) + \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$;

в) $\sin \alpha + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2$;

г) $\frac{\cos \alpha}{1 - \sin \alpha} - \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha}$.

4. Докажите тождество: $\frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} - \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \alpha = \cos \alpha$.

5. Решить уравнение: а) $2 \sin \frac{x}{2} = 1 - \cos x$

б) $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) \cos 3x - \cos(\pi - x) \sin 3x = -1$

Контрольная работа № 6 «Тригонометрические уравнения»

Вариант 1

1. Решить уравнение а) $\sqrt{2} \cos x - 1 = 0$ б) $3 \operatorname{tg} 2x + \sqrt{3} = 0$

2. Найти решение уравнения $\sin \frac{x}{3} = -\frac{1}{2}$ на отрезке $[0; 3\pi]$

3. Решить уравнение а) $3 \cos x - \cos^2 x = 0$

б) $6 \sin^2 x - \sin x = 1$

в) $4 \sin x + 5 \cos x = 4$

г) $\sin^4 x + \cos^4 x = \cos^2 2x + \frac{1}{4}$

4. Решите уравнение: $\cos 9x - \cos 7x + \cos 3x - \cos x = 0$

5. Решите уравнение: $\frac{\cos x}{1 + \sin x} = 0$

Вариант 2

1. Решить уравнение а) $\sqrt{2} \sin x - 1 = 0$ б) $2 \operatorname{tg} \frac{x}{2} - \sqrt{3} = 0$

2. Найти решение уравнения $\cos \frac{x}{2} = \frac{1}{2}$ на отрезке $[0; 4\pi]$

3. Решить уравнение а) $\sin^2 x - \sin x = 0$

б) $10 \cos^2 x + 3 \cos x = 1$

в) $5 \sin x + \cos x = 5$

г) $\sin^4 x + \cos^4 x = \sin^2 2x - \frac{1}{2}$

4. Решите уравнение: $\sin x + \sin 3x = \sin 5x - \sin x$

5. Решите уравнение: $\frac{\cos 3x + \cos x}{1 + \sin x} = 0$

11 класс (алгебра и начала математического анализа, профильный уровень)

Контрольная работа № 1 «Тригонометрические функции»

Вариант 1

1. Найти область определения и множество значений функции $y = 2 \cos x$.
2. Выяснить, является ли функция $y = \sin x - \operatorname{tg} x$ четной или нечетной.
3. Изобразить схематически график функции $y = \sin x + 1$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = 3 \sin x \cos x + 1$.
5. Построить график функции $y = 0,5 \cos x - 2$. При каких значениях x функция возрастает? убывает?

Вариант 2

1. Найти область определения и множество значений функции $y = 0,5 \cos x$.
2. Выяснить, является ли функция $y = \cos x - x^2$ четной или нечетной.
3. Изобразить схематически график функции $y = \cos x - 1$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = \frac{1}{3} \cos^2 x - \frac{1}{3} \sin^2 x + 1$.
5. Построить график функции $y = 2 \sin x + 1$. При каких значениях x функция возрастает? убывает?

Контрольная работа № 2 «Производная и её геометрический смысл»

Вариант 1

1. Найти производную функции:
1) $3x^2 - \frac{1}{x^3}$; 2) $\left(\frac{x}{3} + 7\right)^6$; 3) $e^x \cos x$; 4) $\frac{2^x}{\sin x}$.
2. Найти значение производной функции $f(x) = 1 - 6\sqrt[3]{x}$ в точке $x_0 = 8$.
3. Записать уравнение касательной к графику функции $f(x) = \sin x - 3x + 2$ в точке $x_0 = 0$.

4. Найти значения x , при которых значения производной функции $f(x) = \frac{x+1}{x^2+3}$ положительны.
5. Найти точки графика функции $f(x) = x^3 - 3x^2$, в которых касательная к нему параллельна оси абсцисс.
6. Найти производную функции $F(x) = \log_3(\sin x)$.

Вариант 2

1. Найти производную функции:

1) $2x^3 - \frac{1}{x^2}$; 2) $(4 - 3x)^6$; 3) $e^x \sin x$; 4) $\frac{3^x}{\cos x}$.

2. Найти значение производной функции $f(x) = 2 - \frac{1}{\sqrt{x}}$ в точке $x_0 = \frac{1}{4}$.

3. Записать уравнение касательной к графику функции $f(x) = 4x - \sin x + 1$ в точке $x_0 = 0$.

4. Найти значения x , при которых значения производной функции $f(x) = \frac{1-x}{x^2+8}$ отрицательны.

5. Найти точки графика функции $f(x) = x^3 + 3x^2$, в которых касательная к нему параллельна оси абсцисс.

6. Найти производную функции $F(x) = \cos(\log_2 x)$.

Контрольная работа № 3 «Применение производной к исследованию функций» Вариант 1

1. Найти стационарные точки функции $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$.

2. Найти экстремумы функции:

1) $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$; 2) $f(x) = e^x(2x - 3)$.

3. Найти интервалы возрастания и убывания функции $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$.

4. Построить график функции $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$ на отрезке $[-1; 2]$.

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$ на отрезке $\left[0; \frac{3}{2}\right]$.

6. Среди прямоугольников, сумма длин трех сторон которых равна 20, найти прямоугольник наибольшей площади.

Вариант 2

1. Найти стационарные точки функции $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$.

2. Найти экстремумы функции:

1) $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$; 2) $f(x) = (5 - 4x)e^x$.

3. Найти интервалы возрастания и убывания функции $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$.

4. Построить график функции $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$ на отрезке $[-1; 2]$.

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$ на отрезке $\left[-1; \frac{3}{2}\right]$.

6. Найти ромб с наибольшей площадью, если известно, что сумма длин его диагоналей равна 10.

Контрольная работа № 4 «Интеграл»
Вариант 1

1. Доказать, что функция $F(x) = 3x + \sin x - e^{2x}$ является первообразной функции $f(x) = 3 + \cos x - 2e^{2x}$ на всей числовой оси.
2. Найти первообразную F функции $f(x) = 2\sqrt{x}$, график которой проходит через точку $A(0; \frac{7}{8})$.
3. Вычислить площадь фигуры F , изображенной на рисунке 87.

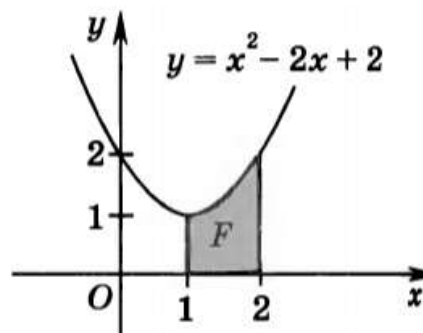


Рис. 87

4. Вычислить интеграл: 1) $\int_1^2 (x + \frac{2}{x}) dx$; 2) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx$.
5. Найти площадь фигуры, ограниченной прямой $y = 1 - 2x$ и графиком функции $y = x^2 - 5x - 3$.

Вариант 2

1. Доказать, что функция $F(x) = e^{3x} + \cos x + x$ является первообразной функции $f(x) = 3e^{3x} - \sin x + 1$ на всей числовой оси.
2. Найти первообразную F функции $f(x) = -3\sqrt[3]{x}$, график которой проходит через точку $A(0; \frac{3}{4})$.

3. Вычислить площадь фигуры F , изображенной на рисунке 88.

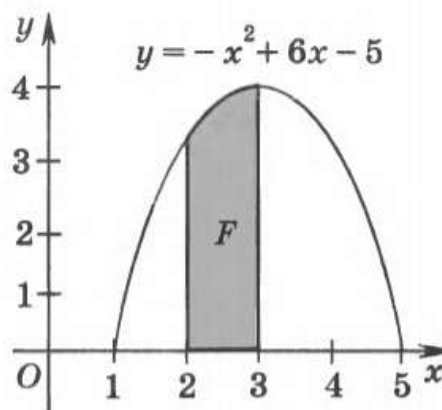


Рис. 88

4. Вычислить интеграл:

- 1) $\int_1^3 (\frac{3}{x} + x^2) dx$; 2) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$.

5. Найти площадь фигуры, ограниченной прямой $y = 3 - 2x$ и графиком функции $y = x^2 + 3x - 3$.

Контрольная работа № 5 «Комбинаторика»
Вариант 1

1. Сколькими способами 6 детей можно рассадить на 6 стульях?
2. Сколько трехзначных чисел с разными цифрами можно составить из цифр 0, 1, 3, 6, 7, 9?
3. Из 10 членов команды надо выбрать капитана и его заместителя. Сколькими способами это можно сделать?

4. Вычислите $3P_3 + 2A_{10}^2 - C_7^2$

5. Запишите разложение бинома $(x+1)^7$.

6. В отделе работают 9 ведущих и 12 старших научных сотрудников. В командировку надо послать двух ведущих и трех старших научных сотрудников. Сколькими способами может быть сделан выбор сотрудников, которых надо послать в командировку?

Вариант 2

1. Сколькими способами 5 детей можно посадить на 5 стульях?

2. Сколько трехзначных чисел с разными цифрами можно составить из цифр 0, 3, 4, 5, 8?

3. Из 10 членов команды надо выбрать капитана и его заместителя. Сколькими способами это можно сделать?

4. Вычислите $P_4 - 2A_9^2 + 3C_8^2$

5. Запишите разложение бинома $(x-1)^6$

6. В 11 «а» классе учатся 25 учащихся, в 11 «б» - 20 учащихся, а в 11 «в» - 18 учащихся. Для работы на пришкольном участке надо выделить трех учащихся из 11 «а», двух – из 11 «б» и одного – из 11 «в». Сколько существует способов выбора учащихся для работы на пришкольном участке?

Контрольная работа № 6 «Элементы теории вероятностей»

Вариант 1

6. В ящике лежат 12 шариков, 2 из которых белые. Какова вероятность вытащить наугад белый шарик?
7. Какова вероятность того, что случайно выбранное натуральное число от 10 до 19 делится на три?
8. В классе 21 шестиклассник, среди них два друга: Митя и Петя. Класс случайным образом делят на три группы, по 7 человек в каждой. Найдите вероятность того, что Митя и Петя окажутся в одной и той же группе.
9. В первой урне находятся 10 белых и 4 черных шаров, а во второй 5 белых и 9 черных шаров. Из каждой урны вынули по шару. Какова вероятность того, что оба шара окажутся черными?
10. Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист первые три раза попал в мишени, а последние два промахнулся. Результат округлите до сотых.

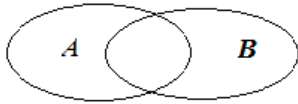
Вариант 2

6. В вазе лежат 15 конфет, 5 из которых шоколадные. Какова вероятность вытащить наугад шоколадную конфету?
7. Ученика попросили назвать число от 1 до 100. Какова вероятность того, что он назовет число кратное пяти?
8. В автобусе находятся 51 человек, среди них два друга: Виктор и Николай. После остановки автобуса пассажиров случайным образом делят на три группы, по 17 человек в каждой. Найдите вероятность того, что Виктор и Николай окажутся в одной и той же группе.
9. В первой урне находятся 10 белых и 4 черных шаров, а во второй 5 белых и 9 черных шаров. Из каждой урны вынули по шару. Какова вероятность того, что оба шара окажутся белыми?
10. Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что биатлонист первые два раза попал в мишени, а последние три промахнулся. Результат округлите до сотых.

Контрольная работа № 7 «Статистика»

Вариант 1

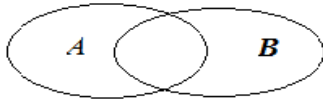
5. Найдите размах (R), моду (M_0), медиану (M_e) и среднее (\bar{X}) выборки:
15, 6, 12, 8, 9, 14, 6.
6. Закрасить $A+B$, если



7. В чемпионате по гимнастике участвуют 60 спортсменов: 27 из Японии, 27 из Китая, остальные из Кореи. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Кореи.
8. В сборнике билетов по математике всего 20 билетов, в 16 из них встречается вопрос по теме: «Логарифмы». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопрос по логарифмам.

Вариант 2

5. Найдите размах (R), моду (Mo), медиану (Me) и среднее (\bar{X}) выборки: 24, 15, 13, 20, 21, 15.
6. Закрась AB , если



7. Фабрика выпускает сумки. В среднем 14 сумок из 180 имеют скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется без дефектов. Результат округлите до сотых.
8. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел не выпадет ни разу.

10 класс (геометрия, базовый уровень)

Контрольная работа №1 «Параллельность прямых, прямой и плоскости»

Вариант 1

1) Основание AD трапеции ABCD лежит в плоскости α . Через точки B и C проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках E и F соответственно.

- Каково взаимное расположение прямых EF и AB?
 - Чему равен угол между прямыми EF и AB, если $\angle ABC = 150^\circ$? Ответ обоснуйте.
- 2) Дан пространственный четырёхугольник ABCD, в котором диагонали AC и BD равны. Середины сторон этого четырёхугольника соединены последовательно отрезками.
- Выполните рисунок к задаче.
 - Докажите, что полученный четырёхугольник – ромб.

Вариант 2

1) Треугольники ABC и ADC лежат в разных плоскостях и имеют общую сторону AC. Точка P – середина стороны AD, точка K – середина DC.

- Каково взаимное расположение прямых PK и AB?
 - Чему равен угол между прямыми PK и AB, если $\angle ABC = 40^\circ$ и $\angle BCA = 80^\circ$? Ответ обоснуйте.
- 2) Дан пространственный четырёхугольник ABCD, M и N – середины сторон AB и BC соответственно, $E \in CD$; $K \in DA$, $DE : EC = 1 : 2$; $DK : KA = 1 : 2$.
- Выполните рисунок к задаче.
 - Докажите, что полученный четырёхугольник MNEK – трапеция.

Контрольная работа № 2 «Параллельность прямых и плоскостей»

Вариант 1

1) Прямые a и b лежат в параллельных плоскостях α и β . Могут ли эти прямые быть параллельными; скрещивающимися? Сделайте рисунок для каждого возможного случая.

2) Через точку O, лежащую между параллельными плоскостями α и β , проведены прямые l и m. Прямая l пересекает плоскости α и β в точках A₁ и A₂ соответственно, прямая m – в точках B₁ и B₂. Найдите длину отрезка A₂B₂, если $A_1B_1 = 12\text{ см}$, $B_1O : OB_2 = 3 : 4$.

3) Дан параллелепипед ABCDA₁B₁C₁D₁. Постройте сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки M, N и K, являющиеся серединами рёбер AB, BC и DD₁.

Вариант 2

1) Прямые a и b лежат в пересекающихся плоскостях α и β . Могут ли эти прямые быть параллельными; скрещивающимися? Сделайте рисунок для каждого возможного случая.

2) Через точку O, не лежащую между параллельными плоскостями α и β , проведены прямые l и m. Прямая l пересекает плоскости α и β в точках A₁ и A₂ соответственно, прямая m – в точках B₁ и B₂. Найдите длину отрезка A₁B₁, если $A_2B_2 = 15\text{ см}$, $OB_1 : OB_2 = 3 : 5$.

3) Дан тетраэдр DABC. Постройте сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через точки M и N, являющиеся серединами рёбер DC и BC, и точку K, такую, что $K \in DA$, $AK : KD = 1 : 3$.

Контрольная работа № 3 «Перпендикулярность прямых и плоскостей»

Вариант 1

- 1) Диагональ куба равна 6 см. Найдите:
- Ребро куба.
 - Косинус угла между диагональю куба и плоскостью одной из его граней.
- 2) Сторона АВ ромба ABCD равна p , а один из углов ромба равен 60° . Через сторону АВ проведена плоскость α на расстоянии $p/2$ от точки D.
- Найдите расстояние от точки C до плоскости α .
 - Покажите на рисунке линейный угол двугранного угла DABM, $M \in \alpha$.
 - Найдите синус угла между плоскостью ромба и плоскостью α .

Вариант 2

- 1) Основанием прямоугольного параллелепипеда служит квадрат, диагональ параллелепипеда равна $2\sqrt{6}$, а его измерения относятся как 1:1:2. Найдите:
- Измерения параллелепипеда.
 - Синус угла между диагональю параллелепипеда и плоскостью его основания.
- 2) Сторона квадрата ABCD равна p . Через сторону AD проведена плоскость α на расстоянии $p/2$ от точки B.
- Найдите расстояние от точки C до плоскости α .
 - Покажите на рисунке линейный угол двугранного угла BADM, $M \in \alpha$.
 - Найдите угол между плоскостью квадрата и плоскостью α .

Контрольная работа № 4 «Многогранники»

Вариант 1

- 1) Основанием пирамиды DABC является правильный треугольник ABC, сторона которого равна p . Ребро DA перпендикулярно к плоскости ABC, а плоскость DBC составляет с плоскостью ABC угол 30° . Найдите площадь боковой и площадь полной поверхности пирамиды.
- 2) Основанием прямого параллелепипеда ABCDA₁B₁C₁D₁ является ромб ABCD сторона которого равна p и угол равен 60° . Плоскость AD₁C₁ составляет с плоскостью основания угол 60° . Найдите:
- Высоту ромба.
 - Высоту параллелепипеда.
 - Площадь боковой поверхности параллелепипеда.
 - Площадь поверхности параллелепипеда.

Вариант 2

- 1) Основанием пирамиды MABCD является квадрат ABCD. Ребро MD перпендикулярно к плоскости основания, $AD = DM = p$. Найдите площадь боковой и площадь полной поверхности пирамиды.
- 2) Основанием прямого параллелепипеда ABCDA₁B₁C₁D₁ является параллелограмм ABCD, стороны которого равна $p\sqrt{2}$ и $2p$, острый угол равен 45° . Высота параллелепипеда равна меньшей высоте параллелограмма. Найдите:
- Меньшую высоту параллелограмма.
 - Угол между плоскостью ABC₁ и плоскостью основания.
 - Площадь боковой поверхности параллелепипеда.
 - Площадь поверхности параллелепипеда.

11 класс (геометрия, базовый уровень)

Контрольная работа № 1 «Цилиндр, конус и шар»

Вариант 1

- 1) Осевое сечение цилиндра – квадрат. Площадь основания цилиндра равна $16\pi \text{ см}^2$. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.
- 2) Высота конуса равна 6 см. Угол при вершине осевого сечения равен 120° .
 - а) Найти площадь сечения конуса плоскостью, проходящей через две образующие, угол между которыми равен 30° .
 - б) Найти площадь боковой поверхности конуса.
- 3) Диаметр шара равен $2r$. Через конец диаметра проведена плоскость под углом 45° к нему. Найдите длину линии пересечения сферы этой плоскостью.

Вариант 2

- 1) Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого равна 4 см. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.
- 2) Радиус основания конуса равен 6 см, а образующая наклонена к плоскости основания под углом 30° .
 - а) Найти площадь сечения конуса плоскостью, проходящей через две образующие, угол между которыми равен 60° .
 - б) Найти площадь боковой поверхности конуса.
- 3) Диаметр шара равен $4r$. Через конец диаметра проведена плоскость под углом 30° к нему. Найдите площадь сечения шара этой плоскостью.

Контрольная работа № 2 «Объемы тел»

Вариант 1

- 1) Апофема правильной треугольной пирамиды равна 4 см, а двугранный угол при основании равен 60° . Найдите объем пирамиды.
- 2) В цилиндр вписана призма. Основанием призмы служит прямоугольный треугольник, катет которого равен $2r$, а прилежащий угол равен 60° . Диагональ большей боковой грани призмы составляет с плоскостью её основания угол 45° . Найдите объем цилиндра.

Вариант 2

- 1) Боковое ребро правильной треугольной пирамиды равно 6 см и составляет с плоскостью основания угол 60° . Найдите объем пирамиды.
- 2) В конус вписана пирамида. Основанием пирамиды служит прямоугольный треугольник, катет которого равен $2r$, а прилежащий угол равен 30° . Боковая грань пирамиды, проходящая через данный катет, составляет с плоскостью основания угол 45° . Найдите объем конуса.

Контрольная работа № 3 «Метод координат в пространстве»

Вариант 1

- 1) Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Найдите угол между прямыми AD_1 и BM , где M – середина ребра DD_1 .
- 2) Вычислите скалярное произведение векторов \vec{m} и \vec{n} , если $\vec{m} = \vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c}$; $\vec{n} = 2\vec{a} - \vec{b}$; $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, $\vec{a} \perp \vec{c}$, $\vec{b} \perp \vec{c}$; $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$.

3) Изобразите систему координат Oxyz и постройте точку A(1; -2; -4). Найдите расстояние от этой точки до координатных плоскостей.

Вариант 2

1) Дан куб ABCDA₁B₁C₁D₁. Найдите угол между прямыми AC и DC₁.

2) Вычислите скалярное произведение векторов \vec{m} и \vec{n} , если $\vec{m} = 2\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$; $\vec{n} = \vec{a} - 2\vec{b}$; $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$, $\vec{a} \perp \vec{c}$, $\vec{b} \perp \vec{c}$; $\angle(\vec{a}; \vec{b}) = 60^\circ$.

3) Изобразите систему координат Oxyz и постройте точку B(-2; -3; 4). Найдите расстояние от этой точки до координатных плоскостей.

10 класс (геометрия, профильный уровень)

Контрольная работа №1 «Параллельность прямых, прямой и плоскости»

Вариант 1

1) Основание AD трапеции $ABCD$ лежит в плоскости α . Через точки B и C проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках E и F соответственно.

а) Каково взаимное расположение прямых EF и AB ?

б) Чему равен угол между прямыми EF и AB , если $\angle ABC = 150^\circ$? Ответ обоснуйте.

2) Дан пространственный четырёхугольник $ABCD$, в котором диагонали AC и BD равны. Середины сторон этого четырёхугольника соединены последовательно отрезками.

а) Выполните рисунок к задаче.

б) Докажите, что полученный четырёхугольник – ромб.

Вариант 2

1) Треугольники ABC и ADC лежат в разных плоскостях и имеют общую сторону AC . Точка P – середина стороны AD , точка K – середина DC .

а) Каково взаимное расположение прямых PK и AB ?

б) Чему равен угол между прямыми PK и AB , если $\angle ABC = 40^\circ$ и $\angle BCA = 80^\circ$? Ответ обоснуйте.

2) Дан пространственный четырёхугольник $ABCD$, M и N середины сторон AB и BC соответственно, $E \in CD$; $K \in DA$, $DE : EC = 1 : 2$; $DK : KA = 1 : 2$.

а) Выполните рисунок к задаче.

б) Докажите, что полученный четырёхугольник $MNEK$ – трапеция.

Контрольная работа № 2 «Параллельность прямых и плоскостей»

Вариант 1

1) Прямые a и b лежат в параллельных плоскостях α и β . Могут ли эти прямые быть параллельными; скрещивающимися? Сделайте рисунок для каждого возможного случая.

2) Через точку O , лежащую между параллельными плоскостями α и β , проведены прямые l и m . Прямая l пересекает плоскости α и β в точках A_1 и A_2 соответственно, прямая m – в точках B_1 и B_2 . Найдите длину отрезка A_2B_2 , если $A_1B_1 = 12\text{см}$, $B_1O : OB_2 = 3 : 4$.

3) Дан параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Постройте сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки M , N и K , являющиеся серединами рёбер AB , BC и DD_1 .

Вариант 2

1) Прямые a и b лежат в пересекающихся плоскостях α и β . Могут ли эти прямые быть параллельными; скрещивающимися? Сделайте рисунок для каждого возможного случая.

2) Через точку O , не лежащую между параллельными плоскостями α и β , проведены прямые l и m . Прямая l пересекает плоскости α и β в точках A_1 и A_2 соответственно, прямая m – в точках B_1 и B_2 . Найдите длину отрезка A_1B_1 , если $A_2B_2 = 15\text{см}$, $OB_1 : OB_2 = 3 : 5$.

3) Дан тетраэдр $DABC$. Постройте сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через точки M и N , являющиеся серединами рёбер DC и BC , и точку K , такую, что $K \in DA$, $AK : KD = 1 : 3$.

Контрольная работа № 3 «Перпендикулярность прямых и плоскостей»

Вариант 1

1) Диагональ куба равна 6 см. Найдите:

- а) Ребро куба.
 - б) Косинус угла между диагональю куба и плоскостью одной из его граней.
- 2) Сторона АВ ромба ABCD равна p , а один из углов ромба равен 60° . Через сторону АВ проведена плоскость α на расстоянии $p/2$ от точки D.
- а) Найдите расстояние от точки С до плоскости α .
 - б) Покажите на рисунке линейный угол двугранного угла DABM, $M \in \alpha$.
 - в) Найдите синус угла между плоскостью ромба и плоскостью α .

Вариант 2

1) Основанием прямоугольного параллелепипеда служит квадрат, диагональ параллелепипеда равна $2\sqrt{6}$, а его измерения относятся как 1:1:2. Найдите:

- а) Измерения параллелепипеда.
 - б) Синус угла между диагональю параллелепипеда и плоскостью его основания.
- 2) Сторона квадрата ABCD равна p . Через сторону AD проведена плоскость α на расстоянии $p/2$ от точки B.
- а) Найдите расстояние от точки С до плоскости α .
 - б) Покажите на рисунке линейный угол двугранного угла BADM, $M \in \alpha$.
 - в) Найдите угол между плоскостью квадрата и плоскостью α .

Контрольная работа № 4 «Многогранники»

Вариант 1

1) Основанием пирамиды DABC является правильный треугольник ABC, сторона которого равна p . Ребро DA перпендикулярно к плоскости ABC, а плоскость DBC составляет с плоскостью ABC угол 30° . Найдите площадь боковой и площадь полной поверхности пирамиды.

2) Основанием прямого параллелепипеда ABCDA₁B₁C₁D₁ является ромб ABCD сторона которого равна p и угол равен 60° . Плоскость AD₁C₁ составляет с плоскостью основания угол 60° . Найдите:

- а) Высоту ромба.
- б) Высоту параллелепипеда.
- в) Площадь боковой поверхности параллелепипеда.
- г) Площадь поверхности параллелепипеда.

Вариант 2

1) Основанием пирамиды MABCD является квадрат ABCD. Ребро MD перпендикулярно к плоскости основания, $AD = DM = p$. Найдите площадь боковой и площадь полной поверхности пирамиды.

2) Основанием прямого параллелепипеда ABCDA₁B₁C₁D₁ является параллелограмм ABCD, стороны которого равна $p\sqrt{2}$ и $2p$, острый угол равен 45° . Высота параллелепипеда равна меньшей высоте параллелограмма. Найдите:

- а) Меньшую высоту параллелограмма.
- б) Угол между плоскостью ABC₁ и плоскостью основания.
- в) Площадь боковой поверхности параллелепипеда.
- г) Площадь поверхности параллелепипеда.

11 класс (геометрия, профильный уровень)

Контрольная работа № 1 «Цилиндр, конус и шар»

Вариант 1

- 1) Осевое сечение цилиндра – квадрат. Площадь основания цилиндра равна $16\pi \text{ см}^2$. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.
- 2) Высота конуса равна 6 см. Угол при вершине осевого сечения равен 120° .
 - а) Найти площадь сечения конуса плоскостью, проходящей через две образующие, угол между которыми равен 30° .
 - б) Найти площадь боковой поверхности конуса.
- 3) Диаметр шара равен $2r$. Через конец диаметра проведена плоскость под углом 45° к нему. Найдите длину линии пересечения сферы этой плоскостью.

Вариант 2

- 1) Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого равна 4 см. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.
- 2) Радиус основания конуса равен 6 см, а образующая наклонена к плоскости основания под углом 30° .
 - а) Найти площадь сечения конуса плоскостью, проходящей через две образующие, угол между которыми равен 60° .
 - б) Найти площадь боковой поверхности конуса.
- 3) Диаметр шара равен $4r$. Через конец диаметра проведена плоскость под углом 30° к нему. Найдите площадь сечения шара этой плоскостью.

Контрольная работа № 2 «Объемы тел»

Вариант 1

- 1) Апофема правильной треугольной пирамиды равна 4 см, а двугранный угол при основании равен 60° . Найдите объем пирамиды.
- 2) В цилиндр вписана призма. Основанием призмы служит прямоугольный треугольник, катет которого равен $2r$, а прилежащий угол равен 60° . Диагональ большей боковой грани призмы составляет с плоскостью её основания угол 45° . Найдите объем цилиндра.

Вариант 2

- 1) Боковое ребро правильной треугольной пирамиды равно 6 см и составляет с плоскостью основания угол 60° . Найдите объем пирамиды.
- 2) В конус вписана пирамида. Основанием пирамиды служит прямоугольный треугольник, катет которого равен $2r$, а прилежащий угол равен 30° . Боковая грань пирамиды, проходящая через данный катет, составляет с плоскостью основания угол 45° . Найдите объем конуса.

Контрольная работа № 3 «Метод координат в пространстве»

Вариант 1

- 1) Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Найдите угол между прямыми AD_1 и BM , где M – середина ребра DD_1 .
- 2) Вычислите скалярное произведение векторов \vec{m} и \vec{n} , если $\vec{m} = \vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c}$; $\vec{n} = 2\vec{a} - \vec{b}$; $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, $\vec{a} \perp \vec{c}$, $\vec{b} \perp \vec{c}$; $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$.

3) Изобразите систему координат Охуз и постройте точку А(1; -2; -4). Найдите расстояние от этой точки до координатных плоскостей.

Вариант 2

1) Дан куб ABCDA₁B₁C₁D₁. Найдите угол между прямыми AC и DC₁.

2) Вычислите скалярное произведение векторов \vec{m} и \vec{n} , если $\vec{m} = 2\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$; $\vec{n} = \vec{a} - 2\vec{b}$; $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$, $\vec{a} \perp \vec{c}$, $\vec{b} \perp \vec{c}$; $\angle(\vec{a}; \vec{b}) = 60^\circ$.

3) Изобразите систему координат Охуз и постройте точку В(-2; -3; 4). Найдите расстояние от этой точки до координатных плоскостей.